Viviana Márquez
Combinatoria - Profesor Julián Abril
Tarea 5 - Marzo 5, 2018

Página 50 del libro de Chong y Meng, ejercicios 35 y 72.

1. **Ejercicio 35**
   6 niños y 5 niñas se van a sentar en una mesa. Encuentra el número de formas en que esto se puede hacer en cada uno de los siguientes casos:

   a) No hay restricciones.

   b) Dos niñas no pueden estar juntas.

   c) Todas las niñas forman un sólo bloque,

   d) Una niña particular G esta adyacente a dos niños particulares B_1 y B_2.

   Solución:

   a) Como no hay restricciones y son once persona sentadas en mesa redonda, esto es 10!.

   b) Dado que dos niñas no pueden estar juntas, primero sentamos los niños. Esto se puede hacer de 5! maneras. Entre los niños quedan seis espacios donde podemos sentar 5 niñas. Esto es P_5^6. Por el principio de la multiplicación, obtenemos que la respuesta es: $5! \cdot P_5^6$.

   c) Tomaremos las niñas como un solo sujeto porque siempre irán en bloque. En mesa podemos organizar siete sujetos de 6! maneras. Las niñas permutan entre sí de 5! maneras. Por lo tanto, hay $6! \cdot 5!$ formas de organizar estas personas bajo la restricción dada.

   d) Trataremos la niña particular G y los niños B_1, B_2 como un solo bloque. Por lo tanto tenemos nueve elementos que podemos organizar de 8! formas en una mesa redonda. Como los niños pueden permutar entre sí, por el principio de multiplicación, el número total de formas es $8! \cdot 2!$.

2. **Ejercicio 72**
   Encuentre el número de soluciones enteras no negativas de la ecuación:

   $$(x_1 + x_2 + \ldots + x_n)(y_1 + y_2 + \ldots + y_n) = p,$$

   donde $n \in \mathbb{N}$ y p es un primo.

   Solución:
   Debido a que un número primo es divisible por uno y por sí mismo, uno de los dos factores tiene que ser un uno y el otro el número primo en sí. Por lo tanto, para formar un uno con n elementos, tenemos un 1 y $n-1$ ceros. Hay n cadenas de este tipo, que debemos multiplicar por dos dado que el uno puede ser formado por los xs o por los ys. Ahora, según lo demostrado en clase, el número de composiciones débiles de tamaño n de un número cualquiera, en este caso el número primo, son: $\binom{p+n-1}{p}$. Así, por el principio de multiplicación obtenemos que las soluciones enteras no negativas de la ecuación son: $2 \cdot n \cdot \binom{p+n-1}{p}$.